c) $f^{-1}:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$

$x\mapsto f^{-1}(x)=y$.

$f^{-1}(x)=y \Leftrightarrow f(y)=x$.

• Pour $x=0$ on a $f^{-1}(0)=0$ car $f(0)=0$.

• Pour $x\neq 0$, on a $y\neq 0 \Rightarrow \frac{|y|}{y}\sqrt{|y|}=x \Rightarrow (\frac{|y|\sqrt{|y|}}{y})^2=x^2 \Rightarrow$

$|y|=x^2$.

• Si $x>0 \Rightarrow f^{-1}(x)>f^{-1}(0)$ or $f^{-1}(0)=0 \Rightarrow f^{-1}(x)>0 \Rightarrow y>0$

$\Rightarrow y=x^2=x\cdot|x|$.

• Si $x<0 \Rightarrow f^{-1}(x)<f^{-1}(0)$ or $f^{-1}(x)<0 \Rightarrow y<0$

$\Rightarrow y=-x^2=x\cdot|x|$.

***Conclusion :*** $\forall x\in\mathbf{R},\ g(x)=x|x|$.

5°/a) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{g(x)-g(0)}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x|x|}{x}=\lim\limits_{x\to 0}|x|=0$ donc $g$ est dérivable en 0 et $g'(0)=0$.

b) • $\forall x\in\mathbf{R}_+^*,\ g(x)=x^2 \Rightarrow g'(x)=2x$.

• $\forall x\in\mathbf{R}_-^*,\ g(x)=-x^2 \Rightarrow g'(x)=-2x$.

Donc $\forall x\in\mathbf{R}^*,\ g'(x)=2|x|$.

**Solution 2 :**

1°/ $D=\{x\in\mathbf{R}$ tel que $2x-4\geq 0\}$.

$2x-4\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 2$ donc $D=[2,+\infty[$.

2°/ La fonction $x\mapsto 2x-4$ est continue sur D et $\forall x\in D,\ 2x-4\geq 0$ donc la fonction $x\mapsto\sqrt{2x-4}$ est continue sur D comme composée de deux fonctions continues sur D et par suite $f$ est continue sur D comme somme de deux fonctions continues sur D.

3°/ $\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{\sqrt{2x-4}}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x-2}}=+\infty$

car : $\lim\limits_{x\to 2^+}\sqrt{x-2}=0^+$.

Donc $f$ n'est pas dérivable à droite en 2 et par suite la courbe de $f$ admet une demi tangente verticale au point d'abscisse 2.